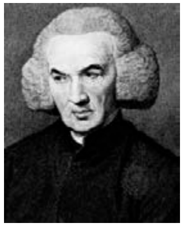
Limperg Instituut

De Bayesiaanse blik op accountancy

Enige historie…

Reverend Thomas Bayes (1702 – 7 april 1761)



LII. *An Essay towards solving a Problem in the Doctrine of Chances. By the late Rev. Mr.* Bayes, *communicated by Mr.* Price, *in a letter to* John Canton, *M. A. and F. R. S.*

Dear Sir,

Read Dec. 23, 1763. I now send you an essay which I have found among the papers of our deceased friend Mr. Bayes, and which, in my opinion, has great merit, and well deserves to be preserved. Experimental philosophy, you will find, is nearly interested in the subject of it; and on this account there seems to be particular reason for thinking that a communication of it to the Royal Society cannot be improper.

THE
DOCTRINE
OF
CHANCES:
OR,
A Method of Calculating the Probability
of Events in Play.

By *A. De Moivre.* F. R. S.

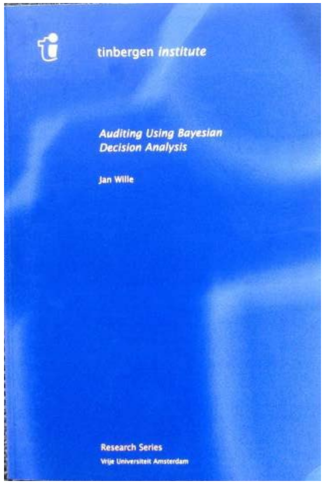
LONDON:
Printed by *W. Pearson*, for the Author. MDCCXVIII.

ESSAI PHILOSOPHIQUE
SUR
LES PROBABILITÉS;

PAR M. LE COMTE LAPLACE,

Chancelier du Sénat-Conservateur, Grand-Officier de la Légion d'Honneur; Grand'Croix de l'Ordre de la Réunion; Membre de l'Institut impérial et du Bureau des Longitudes de France; des Sociétés royales de Londres et de Gottingue; des Académies des Sciences de Russie, de Danemarck, de Suède, de Prusse, d'Italie, etc.

PARIS,
Mme Ve COURCIER, Imprimeur-Libraire pour les Mathématiques, quai des Augustins, n° 57.
1814.



Limperg Instituut

De regel van Bayes

$$p(A\,|\,B) = \frac{p(B\,|\,A)\cdot p(A)}{p(B)}$$

Een simpel voorbeeld (1/2)

- U hoort iemand vertellen over een prettig gesprek met een ander iemand in de trein.
- Wat is de kans dat de gesprekspartner een vrouw was?

- Hangt af van uw persoonlijke prior…
- Mogelijk gebaseerd op uw persoonlijke ervaring…
- Meest objectieve kans 50%?

Limperg Instituut

Een simpel voorbeeld (2/2)

- U hoort ook nog dat de gesprekspartner lang haar had.
- Wat is nu de kans dat de gesprekspartner een vrouw was?

- 60% van alle vrouwen heeft lang haar…
- 30% van alle mannen heeft lang haar…

V : gesprekspartner is een vrouw
¬V : gesprekspartner is een man
L : gesprekspartner heeft lang haar
$p(V) = p(\neg V) = 50\%$
$p(L \mid V) = 60\%$, $p(L \mid \neg V) = 30\%$

$$p(V \mid L) = p(L \mid V)*p(V) / p(L) = p(L \mid V)*p(V) / [p(L \mid V)*p(V) + p(L \mid \neg V)*p(\neg V)] =$$
$$= 60\%*50\% / [60\%*50\% + 30\%*50\%] = 67\%$$

Nu naar accountantscontrole…

Notatie:

M : de populatie bevat een materiële fout

¬ M : de populatie bevat geen materiële fout

D : de accountant ontdekt de materiële fout

¬ D : de accountant ontdekt de materiële fout niet

ACR : accountants controle risico

Uitgangspunt: De accountant heeft geen materiële fout ontdekt (¬ D)

Vraag 1: Kan de accountant een goedkeurende verklaring afgeven?

Vraag 2: Wat is de kans dat deze populatie een materiële fout bevat?

Limperg Instituut

De klassiek-statistische accountant

Antwoord van de klassiek-statistische accountant op vraag 1:

"Als P(¬ D | M) < ACR, dan kan ik een goedkeurende verklaring afgeven."

"De kans dat ik een materiële fout niet ontdek, gegeven dat er een materiële fout in de populatie zit, is klein, namelijk kleiner dan het vooraf vastgestelde maximale accountants controle risico, dus ik keur goed"

Antwoord van de klassiek-statistische accountant op vraag 2:

"Daar kan ik geen kansuitspraak over doen, het is zo, of niet."

De Bayesiaans-statistische accountant

Antwoord van de Bayesiaans-statistische accountant op vraag 1:

“Daar kom ik op terug, laat me eerst vraag 2 beantwoorden.”

Antwoord van de Bayesiaans-statistische accountant op vraag 2:

“Toepassing van de regel van Bayes geeft:

$$P(M \mid \neg D) = P(\neg D \mid M)*P(M)/P(\neg D)$$

waarin $P(\neg D) = P(\neg D \mid M)*P(M) + P(\neg D \mid \neg M)*P(\neg M)$

$$= P(\neg D \mid M)*P(M) + P(\neg M)$$

“De kans dat deze populatie een materiële fout bevat gegeven dat ik geen materiële fout heb ontdekt is te berekenen met de regel van Bayes, uitgaande van mijn a priori kans op een materiële fout en de likelihood van de uitkomst van de controle.”

Getallenvoorbeeld

Klassiek-statistisch:

P(¬D | M) = 4% < ACR = 5%

Bayesiaans-statistisch:

P(¬D | M) = 4%

P(M) = 25%

P(¬D) = P(¬D | M)*P(M) + P(¬D | ¬M)*P(¬M)
= P(¬D | M)*P(M) + P(¬M)
= 4%*25% + 75% = 76%

P(M | ¬D) = P(¬D | M)*P(M) / P(¬D)
= 4%*25% / 76% = 1,3%

Posterior is afhankelijk van prior informatie:

P(M)	P(M | ¬ D)
10%	0,4%
25%	1,3%
50%	3,8%
75%	10,7%

Limperg Instituut

Terug naar vraag 1

Wedervraag van de Bayesiaans-statistische accountant n.a.v. vraag 1:

“Hoe erg is het in deze situatie om ten onrechte een goedkeurende verklaring af te geven?”

Notatie:

L : verlies in geval van ten onrechte goedkeurende verklaring

A priori verwacht verlies = P(M)*L

A posteriori verwacht verlies bij niet detectie = P(M | ¬D)*L

“Als het verwachte verlies acceptabel is, dan kan er een goedkeurende verklaring worden afgegeven.”

Bayesiaanse beslissingsanalyse

Kenmerken:

- ‘Het nemen van beslissingen onder onzekerheid’
- Subjectieve kansinschattingen
- Leren van nieuwe informatie door het toepassen van regel van Bayes
- Maximaliseren van verwacht nut of minimaliseren van verwacht verlies

Toepassingen Bayesiaanse beslissingsanalyse binnen de accountancy:

- Cost-optimal auditing
- Stopping rules
- Socially optimal auditing

Cost-optimal auditing (1/3)

Notatie:

L : verlies in geval van ten onrechte goedkeurende verklaring

A priori verwacht verlies = P(M)*L

A posteriori verwacht verlies bij niet detectie = P(M | ¬D)*L

A posteriori verwacht verlies bij detectie = 0

Pre-posterior verwacht verlies = P(¬ D)* [P(M | ¬D)*L] + P(D)* 0

= P(¬ D)*P(M | ¬D)*L

Reductie van het verwachte verlies als gevolg van het uitvoeren van de controle = P(M)*L - P(¬ D)*P(M | ¬D)*L

De controle is efficient als de verwachte reductie van het verwachte verlies groter is dan de kosten van de controle.

Limperg Instituut

Cost-optimal auditing (2/3)

Uitbreiding naar een ‘schaalbare controle’:

$P(D \mid M, q) = q$ $0<q<1$ afhankelijk van ‘controle intensiteit’ q

$P(\neg D \mid \neg M, q) = 1$ voor alle q (geen ‘false detections’)

$P(M, q) = P(M)$ a priori kennis hangt niet af van q

$C(q)$ kosten van controle met intensiteit q

Reductie van het verwachte verlies als gevolg van het uitvoeren van de controle (met intensiteit q) $= P(M)*L - P(\neg D \mid q)*P(M \mid \neg D, q)*L$

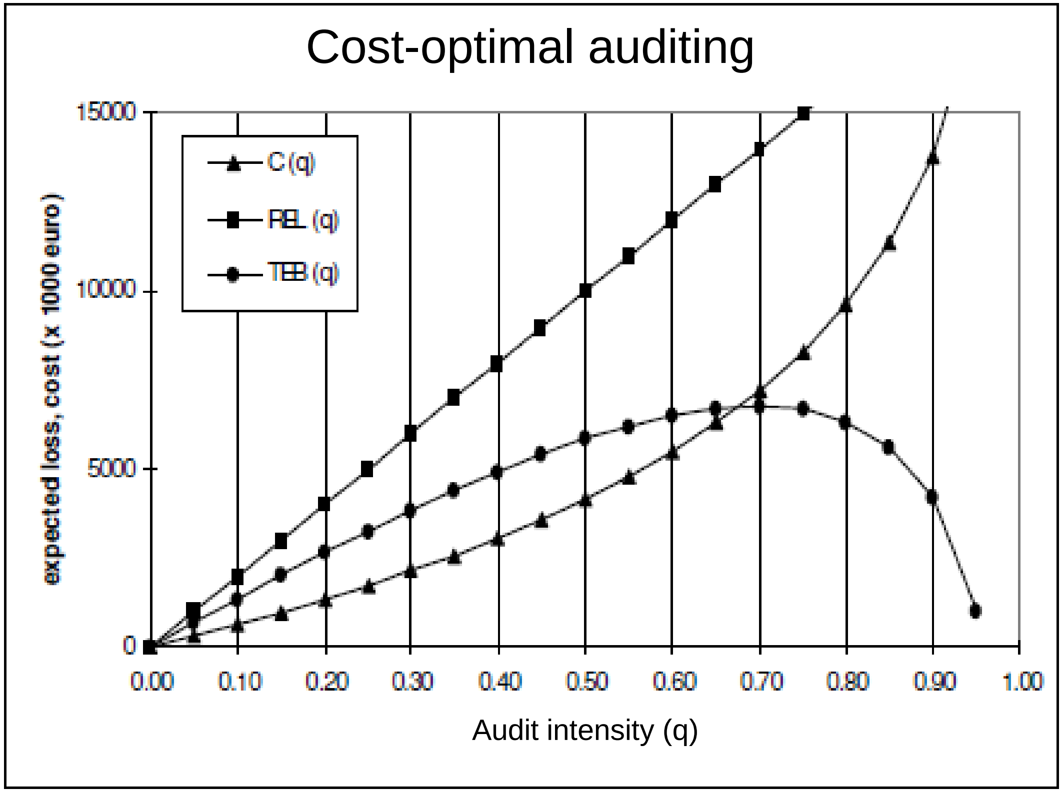
$=$ (huiswerk…) $= q*P(M)*L$

Verwachte baten van de controle (met intensiteit q) $= q*P(M)*L – C(q)$

Eerste orde criterium voor maximum: $C'(q) = P(M)*L$

Cost-optimal auditing (3/3)

Grafisch voorbeeld:



Conclusies

- Regel van Bayes is te gebruiken als leerproces en maakt sequentiele controle aanpak inzichtelijk
- Accountancy is te karakteriseren als ‘beslissen onder onzekerheid’
- Bayesiaanse beslissingsanalyse geeft een coherente aanpak voor beslissen onder onzekerheid, gebruikmakend van expliciete a priori kansinschattingen en verliesfuncties